یک روش جدید برای تعیین درجه انطباق در استنتاج فازی

حسین علیزاده[1] و ناصر مزینی[2]

[1]دانشجوی کارشناسی ارشد هوش مصنوعی، دانشکده مهندسی کامپیوتر، دانشگاه علم و صنعت ایران
ho_alizadeh@comp.iust.ac.ir

[2]عضو هیئت علمی گروه سخت‌افزار، دانشکده مهندسی کامپیوتر، دانشگاه علم و صنعت ایران
mozayani@iust.ac.ir

۱- مقدمه

معمولا برای نتیجه‌گیری از روی یک مجموعه قواعد، از استنتاج مبتنی بر قواعد جداگانه استفاده می کنند. عملیات در این نوع استنتاج، شامل سه بخش اصلی می‌باشد [1]:

بخش اول شامل تعیین درجه انطباق ورودی با بخش شرطی قاعده است.

بخش دوم شامل محاسبه پیامد قاعده می‌باشد.

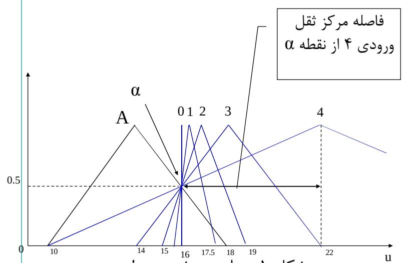
و بخش سوم، جمع کردن پیامدهای قاعده به مجموعه فازی عمل کنترلی است.

به طور کلی برای مرحله اول این عملیات که تعیین درجه انطباق می‌باشد، معمولا از روش متداول Max-Min استفاده می‌شود که در رابطه ۱ آمده است [2].

$$\alpha = \underset{x}{Max}\,\underset{x}{Min}\{\mu_{A(x)}, \mu_{A'(x)}\} \qquad (۱)$$

۲-بررسی روش متداول استنتاج فازی

فرض کنید که ترم فازی A بخش شرط قاعده باشد و خط ۰ ورودی قطعی و ترمهای مثلثی ۱ تا ۴ ترمهای فازی ورودی باشند. به این ترتیب می‌توان مشکلات روش متداول را به صورت زیر بررسی کرد:



شکل ۱: معایب روش معمول

اول اینکه تغییرات مقدار درجه عضویت ترم‌های ورودی، به ازای نقطه ثابت α، در نظر گرفته نمی‌شود. به عبارت دیگر برای ورودی قطعی (ورودی صفر)، درجه عضویت در نقطه α برابر با یک می‌باشد، در حالیکه این مقدار برای ورودی‌های فازی ۱ تا ۴ برابر با ۰.۵ است. می‌بینیم که مقدار درجه انطباق با تغییرات درجات عضویت ورودی تغییری نمی‌کند.

دوم اینکه فاصله مرکز ثقل ورودی از نقطه برخورد را در نظر نمی‌گیرد. همانطور که در شکل ۱ می‌بینیم، کاملا منطقی بنظر می‌رسد که هر چه مرکز ثقل ورودی فازی از نقطه α دورتر باشد، از مقدار درجه انطباق هم کاسته شود. با تغییر شکل عبارت فازی از مثلث ۱ به سمت مثلث ۴، با وجود اینکه رفته رفته فاصله مرکز ثقل ورودی از نقطه α زیاد می‌شود، مقدار درجه انطباق تغییری نکرده و به ازای همه آن ورودی‌ها مقدار ۰.۵ دارد. در واقع در این روش، فاصله مرکز ثقل ورودی از نقطه α تاثیری در تعیین مقدار درجه انطباق ندارد.

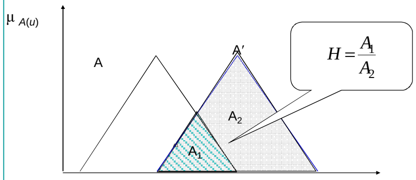
سومین عیب روش فوق این است که به مقدار بخشی از ورودی که در قسمت شرط قاعده صدق کرده است، توجهی نمی‌شود. ممکن است مقدار ورودی در نقطه α مقدار قابل توجهی باشد، اما تنها یک بخش بسیار کوچک از کل فضای ورودی در قاعده صدق کرده باشد. به عبارت دیگر ممکن است بخش کوچکی از کل ورودی با قسمت شرط قاعده اشتراک داشته باشد، یعنی بخش اشتراکی ورودی و قاعده، تنها نسبت کوچکی از کل ورودی باشد. در شکل ۱ این نسبت برای مثلث شماره ۴ تنها ۰.۱۷ می‌باشد یعنی تنها ۰.۱۷ از مساحت زیر منحنی ترم ورودی شماره ۴ با قسمت شرط قاعده اشتراک دارد؛ در صورتی که این نسبت برای مثلث شماره ۱ مقدار ۰.۵۸ می‌باشد. با روش max-min، درجه انطباق برای تمام این ورودی‌ها برابر با ۰.۵ می‌باشد.

۳- ایده اصلی

ایده اصلی در روش پیشنهادی، استفاده از سطح زیر منحنی‌های ترم‌های فازی ورودی و قسمت شرط قاعده است. اگر نسبت بخشی از مساحت زیر منحنی ترم فازی ورودی که در شرط قاعده صدق کرده، به کل مساحت ورودی، را به عنوان پارامتر و ملاک دیگری برای تعیین درجه انطباق در نظر بگیریم، می‌توانیم هر سه عیب گفته شده در بخش ۲ را جبران کنیم. به عبارت دیگر قادر خواهیم بود که درجه عضویت ورودی در نقطه α، فاصله مرکز ثقل ورودی از نقطه α و همچنین مقدار نسبت ناحیه اشتراکی بین ورودی و قسمت شرط قاعده، به کل ناحیه ورودی را مدل کنیم.

۴- درجه انطباق مساحت

در شکل ۲، A_1 مساحت ناحیه اشتراکی منحنی ترم فازی ورودی و شرط قاعده بوده و A_2 مساحت کل ورودی می‌باشد. در این صورت مطابق شکل ۲، H به صورت نسبت مساحت‌های آنها تعریف می شود.



$$H = \frac{A_1}{A_2}$$

شکل ۲: نسبت مساحت‌ها (H)

مقدار نسبت این دو مساحت با عریض‌تر شدن ترم فازی ورودی و درنتیجه فاصله گرفتن مرکز ثقل ترم فازی ورودی از نقطه برخورد کمتر می‌شود. بنابراین می‌تواند به عنوان معیاری برای مدل کردن این پارامترها در نظر گرفته شود. این مقادیر برای ترم‌های فازی ورودی ۴ تا ۱ و در حالت حدی برای ورودی قطعی ۰ در شکل ۱ به ترتیب برابر با ۰.۱۷ و ۰.۲۵ و ۰.۳۷ و ۰.۵۸ و ۰.۷۵ خواهد بود.

پارامتر H، برای ترم‌های فازی مختلف با یک نقطه برخورد ثابت، مقادیر مختلفی تولید می‌کند و این روند با دور شدن مرکز ثقل ترم فازی ورودی از نقطه برخورد، رو به کاهش می‌گذارد.

هدف ما رسیدن به یک فرمولی است که در آن ترکیبی از H و α ظاهر شوند.

$$SMD = f(H, \alpha) \qquad (۲)$$

در رابطه (۲) درجه انطباق مساحت (SMD) بر اساس تابعی از H و است. اگر ما بتوانیم رابطه‌ای خوب و منطقی برای تابع f پیشنهاد دهیم، در واقع توانسته‌ایم از مزایای ایده استفاده از نسبت مساحت‌ها برای سازگار کردن درجه انطباق با ورودی استفاده کنیم. به کمک این روش، می‌توان مشکلات یاد شده در روش متداول را با استفاده از H جبران کرد و ویژگی قابلیت سازگاری را به درجه انطباق اضافه نمود.

از مزایای این ایده این است که f یک رابطه کلی است و می‌تواند برای کاربردهای مختلف پیشنهادات متفاوتی را برای آن ارایه داد. همچنین این روش می‌تواند برای هر نوع ترم ورودی‌ای به کار رود.

ما نسبت‌های H را در سه حالت ممکن بین ورودی و شرط قاعده محاسبه کردیم. از آنجا که مقدار انطباق برای ورودی قطعی، باید همان درجه عضویت ترم بخش شرط قاعده به ازای آن ورودی باشد [1]، ما نسبت H را به گونه ای نرمال کردیم که وقتی ورودی فازی به سمت قطعیت صد در صد می رود، مقدار H به سمت درجه عضویت آن نقطه برود. یعنی، وقتی ورودی فازی به سمت ورودی قطعی میل می‌کند، مقدار H باید به سمت μ میل کند. در نتیجه مقدار H را به صورت زیر نرمال کردیم.

$$H \to \mu$$

$$H = 2\mu - \mu^2 \to \mu = \frac{H + \mu^2}{2} \qquad (۳)$$

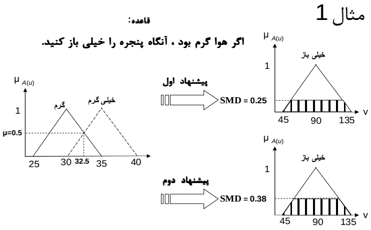
پیشنهاد اول(نسبت مساحت‌های نرمال شده)

$$SMD = \frac{H + \mu^2}{2}$$

پیشنهاد دوم(میانگین H نرمال‌شده و α)

$$SMD = \frac{H + 2\alpha + \mu^2}{4}$$

مثال 1



جدول ۱- مقایسه درجه انطباق متداول و درجه انطباق‌های پیشنهادی برای ترم‌های ورودی شکل ۱.

	مثلث ۴	مثلث ۳	مثلث ۲	مثلث ۱	مثلث ۰
α	۰.۵	۰.۵	۰.۵	۰.۵	۰.۵
پیشنهاد اول	۰.۲۱	۰.۲۵	۰.۳۱	۰.۴۲	۰.۵
پیشنهاد دوم	۰.۳۵	۰.۳۸	۰.۴۱	۰.۴۶	۰.۵

۵- نتیجه گیری

در این مقاله سه مشکل روش متداول Max-Min برای تعیین درجه انطباق مطرح شده و مورد بررسی قرار گرفت. همچنین یک روش جدید برای تعیین درجه انطباق ارایه شد که آن را درجه انطباق مساحت (SMD) نامگذاری کردیم. روش مطرح شده مبتنی بر نسبت مساحت ناحیه اشتراکی بین ورودی و قسمت شرطی قاعده به کل ناحیه ورودی است. از مهم‌ترین مزایای روش جدید این است که قابلیت تطبیق‌پذیری با تغییر شکل ورودی را دارد. همچنین دو پیشنهاد برای حالتی که ورودی از نوع مثلثی متساوی الساقین باشد، ارایه شد. به دلیل کلی بودن ایده، می‌توان برای کاربردهای خاص، پیشنهادات دیگری برای درجه انطباق مساحت ارایه کرد تا بتوان آن سیستم را بهتر و سریعتر همگرا کرد.

برخی از مراجع

[1] E.H.Mamdani, S.Assilian, *An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller*. Int. J. Man-Machine Studies 7, 1-13, 1974.

[2] L.A.Zadeh, J.E.Hayes, D.Michie, and L.I.Kulich (eds.), *A theory of approximate reasoning*, Machine Intelligence, Vol. 9, New York, pp. 149-194, 1979.